
TD 2 bis – Révisions sur les développements limités

Exercice 1. Entraînement pyramidal.

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 des fonctions suivantes.

1. $x \mapsto e^x + \cos(x)$

2. $x \mapsto \ln(1+x) + \sin(x)$

3. $x \mapsto \cos(x) \sin(x)$

4. $x \mapsto \arctan(x)$

5. $x \mapsto \ln(\cos(x))$

6. $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

7. $x \mapsto \frac{\cos^2(x)}{3+x^2}$

8. $x \mapsto \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x}$

9. $x \mapsto \frac{\sin(x)}{\ln(1+x)}$

10. $x \mapsto \left(\frac{\sin(x)}{\ln(1+x)} \right)^2$

11. $x \mapsto \frac{\cos(x)}{1-x}$

12. $x \mapsto \ln(1+x) \frac{\sin(x)}{x}$

13. $x \mapsto \exp(\sin(x))$

Exercice 2. Ailleurs qu'en zéro.

1. Donner le développement limité à l'ordre 2 de \exp en 5.
2. Donner le développement limité à l'ordre 3 de $x \mapsto \cos(\ln(x))$ en 1.
3. Donner le développement limité à l'ordre 3 de \sin en $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 3. La puissance d'une chaînette.

Donner le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction

$$f : x \mapsto \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

Exercice 4. Calculs de limites.

Calculer, si elles existent, les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x - \sin(x))}{\sqrt{1+x^3} - 1}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin^4(x)} \left[\sin\left(\frac{x}{1+x}\right) - \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)} \right]$.