
TD 2 : lois de probabilités usuelles

LE MINIMUM

Exercice 1. Lancer de dès et loi binomiale. On lance 3600 fois un dé équilibré. On suppose que le nombre de 1 obtenus suit une loi binomiale $\mathcal{B}(3600, \frac{1}{6})$. Montrer par un calcul rapide que la probabilité d'obtenir entre 480 et 720 fois « 1 » est supérieure à 96 %. Comment calculer précisément cette probabilité ?

Exercice 2. Machines à voter. Dans un état américain, on soupçonne un bug sur des machines à voter. On décide d'examiner très attentivement 30 machines, tirées au hasard, sur les 1000 machines utilisées dans l'état. Si le bug touche 50 machines en tout, quelle est la probabilité qu'aucune des 30 machines examinées ne soit touchée ? Même question si le bug touche 30 machines en tout.

Exercice 3. Poker. On joue au poker Texas Hold Them, une variante du poker qui se joue avec un jeu de 52 cartes où chaque joueur reçoit deux cartes. Trois cartes sont étalées faces visibles sur la table. Après un cycle d'enchères, on va retourner deux cartes supplémentaires. Le but pour chaque joueur est de former des combinaisons avec ses deux cartes et jusqu'à trois cartes parmi les cinq étalées sur la table.

1. J'ai reçu deux rois (trèfle et pique), le croupier a pour l'instant retourné trois cartes (le roi de cœur, le sept de pique et l'as de carreau). Quelle est la probabilité que j'arrive à obtenir un carré de rois avec les deux cartes non encore découvertes ?
2. Dans une autre partie, j'ai reçu deux trèfles (le 7 et le 3), et le croupier a pour l'instant retourné le 10 de trèfle, le 2 de pique et le 4 de cœur. Quelle est la probabilité que j'arrive à obtenir une couleur (5 cartes à trèfles) avec les deux cartes restant à retourner ?

Exercice 4. Quand la population est grande. En 2023, d'après l'INSEE la France compte environ 27.4 millions de femmes adultes et 24.7 millions d'hommes adultes. On choisit au hasard 50 personnes françaises adultes. Quelle est la probabilité de choisir plus de 28 hommes ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Exercice 5. Loi uniforme. Calculer l'espérance et la variance de la loi uniforme sur $[0, 1]$.

Exercice 6. Loi exponentielle. Calculer l'espérance et la variance de la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

Exercice 7. Loi de Cauchy. La loi de Cauchy est la loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle de densité $x \mapsto \frac{\alpha}{1+x^2}$ pour α constante.

1. Quelles sont les valeurs possibles pour α ?
2. Pour ces valeurs de α , calculer l'espérance et la variance de la loi de Cauchy.