

---

## TD 6 : estimation paramétrique ponctuelle

---

### LE MINIMUM

#### Exercice 1. Dé truqué.

On dispose d'un dé, possiblement truqué, et on cherche à estimer la probabilité  $p$  qu'il donne « 6 ». On lance le dé trois fois, et obtient deux « 6 ».

- (1) Estimer  $p$  par la méthode des moments.
- (2) Estimer  $p$  par la méthode du maximum de vraisemblance.
- (3) Estimer  $p$  par une approche bayésienne (utiliser la loi uniforme sur  $[0, 1]$  comme a priori sur  $p$ ).

#### Exercice 2. Loi uniforme sur un intervalle inconnu.

On dispose d'un  $n$  échantillon  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de loi  $\mathcal{U}(L)$  avec  $L > 0$  fixé mais inconnu.

- (1) Donner un estimateur de  $L$  en utilisant la méthode des moments. Préciser l'erreur quadratique moyenne.
- (2) Donner un estimateur de  $L$  en utilisant la méthode du maximum de vraisemblance. Préciser l'erreur quadratique moyenne.
- (3) Proposer un estimateur sans biais proportionnel à l'estimateur du maximum de vraisemblance. Préciser l'erreur quadratique moyenne.

### EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

#### Exercice 3. Sac de dés.

On dispose d'un sac avec 90 dés équilibrés, 9 dés truqués (donnent « 6 » sur 50 % des lancers) et un dé très truqué (donne « 6 » sur 90 % des lancers). On tire un dé du sac au hasard, on le lance 3 fois et on obtient deux six. Estimer la probabilité de sortie d'un six sur ce dé.

#### Exercice 4. Loi binomiale négative et urne.

Une urne contient un nombre inconnu de billes identiques au toucher. On en choisit 30, que l'on marque d'un point de couleur rouge et que l'on remet, en mélangeant bien, dans l'urne. On tire ensuite sans regarder une bille dans l'urne. Si elle est marquée, on note un succès. Sinon, on note un échec. Dans les deux cas, on la remet dans l'urne. On recommence jusqu'à obtenir 3 succès. Pour cela, il a fallu tirer 100 fois (après le 99ème tirage, on avait deux succès ; le 100ème tirage était une bille rouge). Estimer le nombre de billes dans l'urne.